

Минобрнауки России  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой



Кургалин Сергей Дмитриевич

Кафедра цифровых технологий

05.03.2025

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.40 Методы оптимизации

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

09.03.02 Информационные системы и технологии

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Инженерия информационных систем и технологий

**3. Квалификация (степень) выпускника:**

Бакалавриат

**4. Форма обучения:**

Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра цифровых технологий

**6. Составители программы:**

Атанов Артём Викторович, к.ф.-м.н., доцент

**7. Рекомендована:**

протокол НМС ФКН № 5 от 05.03.2025

**8. Учебный год: 2027-2028 Семестр(ы): 7**

### **9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

целью освоения дисциплины является приобретение навыков в анализе, постановке и решении экстремальных задач; изучение основных моделей принятия решений; формирования умений по использованию математических знаний, языка и символики при построении организационно-управленческих моделей. Основными задачами дисциплины являются ознакомление с прикладными моделями, в которых возникают задачи оптимизации; рассмотрение и реализация основных алгоритмов решения задач оптимизации.

### **10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо знание основ линейной алгебры и математического анализа.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:**

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знает основы теории линейного и нелинейного программирования, методы решения задач линейного программирования, целочисленного программирования, транспортной задачи, задач нелинейного программирования при наличии ограничений в виде равенств и неравенств, формулировки задачи условной и безусловной оптимизации, метод множителей Лагранжа, принципы динамического программирования.
	ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Умеет применять аналитические и численные методы для решения задач одномерной и многомерной оптимизации. Владеет навыками составления моделей простейших оптимизационных задач и их решения с помощью классических методов оптимизации (симплекс-метод, метод потенциалов, градиентный спуск)

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:**

3/108

**Форма промежуточной аттестации:**

Экзамен

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Семестр 7	Всего
Аудиторные занятия	68	68
Лекционные занятия	34	34
Практические занятия	34	34
Лабораторные занятия		0
Самостоятельная работа	40	40
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	36	36
Часы на контроль	36	36
Всего	108	108

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация	Содержание предмета и область применения методов оптимизации. Целевая функция. Задача конечномерной оптимизации. Классы задач оптимизации. Формализация экстремальных задач. Примеры задач оптимизации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>
2	Методы линейного программирования	Виды задач линейного программирования, формулировка задачи линейного программирования в общей, канонической и стандартной формах. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод при известном допустимом базисном решении. Симплекс-таблицы. Экономическая интерпретация симплекс-метода. Нахождение начального допустимого базисного решения методом искусственного базиса. Двойственная задача линейного программирования. Экономическая интерпретация двойственных переменных.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
3	Транспортная задача	Классическая транспортная задача. Метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости нахождения опорного плана. Метод потенциалов. Транспортная задача с промежуточными пунктами. Задача о назначениях. Задача выбора кратчайшего пути.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>
4	Целочисленное программирование	Постановка задачи целочисленного программирования. Метод ветвей и границ. Метод Гомори.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>
5	Методы нелинейного программирования	Формулировка задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Условия оптимальности. Двойственная задача. Метод возможных направлений. Метод штрафных и барьерных функций.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
6	Методы безусловной минимизации функций одной переменной	Принципы построения методов поиска безусловного экстремума. Постановка задачи и алгоритм поиска. Алгоритм Свенна. Метод равномерного поиска. Метод деления интервала пополам. Метод дихотомии. Метод золотого сечения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>
7	Методы безусловной минимизации функций многих переменных	Метод Хука-Дживса. Метод градиентного спуска с постоянным шагом. Метод Ньютона.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>
8	Динамическое программирование	Постановка задачи динамического программирования. Функция Беллмана. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Общая схема решения задач динамического программирования. Область применения динамического программирования.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация	2	0		2	4
2	Методы линейного программирования	6	8		8	22

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
3	Транспортная задача	4	4		4	12
4	Целочисленное программирование	4	4		6	14
5	Методы нелинейного программирования	6	6		6	18
6	Методы безусловной минимизации функций одной переменной	4	4		6	14
7	Методы безусловной минимизации функций многих переменных	6	6		6	18
8	Динамическое программирование	2	2		2	6
		34	34	0	40	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее



трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

#### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

№ п/п	Источник
1	<b>Пантелеев, А. В.</b> Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Пантелеев А. В., Летова Т. А. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика». — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460</a> >.
2	<b>Лесин, В. В.</b> Основы методов оптимизации [Электронный ресурс] / Лесин В. В., Лисовец Ю. П. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 344 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=86017">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=86017</a> >.

#### **б) дополнительная литература:**

№ п/п	Источник
1	<b>Ашманов, С. А.</b> Теория оптимизации в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] / Ашманов С. А., Тимохов А. В. — 2-е, Стереотипное. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 448 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799</a> >.
2	<b>Горлач, Б. А.</b> Исследование операций [Электронный ресурс] / Горлач Б. А. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=4865">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=4865</a> >.

#### **в) информационные электронно-образовательные ресурсы:**

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>

№ п/п	Источник
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Курс "Методы оптимизации": <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12433</a>
2	<b>Ашманов, С. А.</b> Теория оптимизации в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] / Ашманов С. А., Тимохов А. В. — 2-е, стереотипное. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 448 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799</a> >.

#### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

при реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](https://edu.vsu.ru/), а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

#### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

### **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-8	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольные работы № 1-3
2	Разделы 1-8	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольные работы № 1-3
3	Разделы 1-8	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольные работы № 1-3

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для экзамена

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

#### Контрольная работа № 1

**Задание 1 (20 баллов).** Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 4x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задание 2 (30 баллов).** Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 42, \\ 3x_1 + x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

#### Контрольная работа № 2

**Задание 1 (20 баллов).** Используя метод потенциалов, найти оптимальный план перевозок для транспортной задачи (для построения начального опорного плана использовать метод северо-западного угла)

Пункты	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	Предложение
A <sub>1</sub>	1	5	2	2	6	100
A <sub>2</sub>	3	6	3	4	3	15
A <sub>3</sub>	8	10	4	5	8	90
Спрос	30	40	55	70	10	

**Задание 2 (20 баллов).** Решить задачу нелинейного программирования, используя метод множителей Лагранжа

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4z \rightarrow \min \\ 6x + 2z = 2. \end{cases}$$

**Задание 3 (10 баллов)** . Решить задачу о рюкзаке, если известны его вместимость  $W = 7$ , количество предметов  $p = 5$ , а также масса  $w$  и ценность  $v$  каждого предмета

i	1	2	3	4	5
w	2	3	5	1	8
v	1	4	2	5	3

### Контрольная работа № 3

**Задание 1 (10 баллов).** Найти точки экстремума функции  $f = \frac{1}{1+x^2}$

**Задание 2 (15 баллов).** Найти минимум функции  $f = \frac{x^2}{2} - 3$  методом деления интервала пополам на отрезке  $[0; 5]$  с точностью  $\varepsilon = 0.1$ .

**Задание 3 (25 баллов).** Найти минимум функции  $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 - 17x_1$  методом Ньютона с точностью  $\varepsilon = 0.0001$ . В качестве начальной точки выберите  $x^{(0)} = (0; 0)^T$ .

### Критерии оценивания контрольных работ

0-24 балла — "Неудовлетворительно"

25-34 балла — "Удовлетворительно"

35-44 балла — "Хорошо"

45-50 баллов — "Отлично"

## 20.2 Промежуточная аттестация

### Перечень вопросов к экзамену

1. Постановка задачи конечномерной оптимизации. Классификация задач оптимизации.
2. Задача линейного программирования. Формы записи задачи линейного программирования. Геометрический метод решения задачи линейного программирования.
3. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Теоретические основы симплекс-метода.
4. Построение начального допустимого базисного решения. Метод больших штрафов (М-метод).
5. Построение начального допустимого базисного решения. Двухэтапный метод.
6. Анализ чувствительности модели.
7. Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности.
8. Двойственный симплекс-метод. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
9. Целочисленное линейное программирование. Метод ветвей и границ.
10. Целочисленное линейное программирование. Метод отсекающих плоскостей (Гомори).
11. Транспортная задача. Методы построения опорного плана транспортной задачи.
12. Решение транспортной задачи. Метод потенциалов.
13. Транспортные задачи особого вида. Задача о назначениях. Задача с промежуточными пунктами.
14. Основные понятия теории игр. Геометрический способ решения игры.
15. Связь теории игр с линейным программированием.
16. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции одной переменной.
17. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Метод Хука-Дживса.
18. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Метод наискорейшего градиентного спуска.
19. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Метод Ньютона.
20. Нелинейное программирование. Оптимизация при наличии ограничений в виде равенств. Метод множителей Лагранжа.
21. Нелинейное программирование. Оптимизация при наличии ограничений в виде неравенств.

Условия Куна-Таккера.

22. Задачи нелинейного программирования специального вида. Сепарабельное программирование.
23. Задачи нелинейного программирования специального вида. Квадратичное программирование.
24. Задача динамического программирования. Принцип оптимальности и функциональное уравнение Беллмана.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно